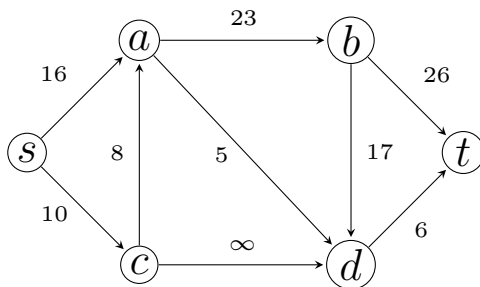


Домашнее задание

1. Найти максимальный поток и минимальный разрез, используя алгоритм Эдмондса-Карпа.



2. Пусть кто-то утверждает, что нашёл максимальный поток в некоторой сети. Постройте линейный по времени алгоритм, проверяющий, действительно ли данный поток максимален.

3 [7.21 ДПВ]. Ребро в сети называется критическим, если уменьшение его пропускной способности приводит к уменьшению максимального потока. Приведите эффективный алгоритм, который находит в сети какое-нибудь критическое ребро.

4 [7.18 ДПВ]. Известно много вариаций задачи о максимальном потоке. Сведите следующие две вариации к изученной задаче о максимальном потоке.

1. Имеется несколько истоков и несколько стоков, и нам нужно максимизировать общий поток из всех истоков во все стоки.
2. Каждая вершина также имеет пропускную способность — максимальный поток, который может в неё входить.

Определение. Пусть $G(V, E)$ — ориентированный ациклический граф (DAG). Множество вершинно-непересекающихся путей P графа G называется его *покрытием путями*, если каждая вершина множества V входит в некоторый путь из P . Отметим, что пути могут соединять как любую пару вершин, так и состоять из одной вершины. Множество P называется *минимальным покрытием путями*, если у G не существует покрытия путями меньшего размера, т.е. $|P|$ минимально.

5*. Постройте эффективный алгоритм, который получив на вход DAG G находит его (некоторое) минимальное покрытие путями.