Декабрьская контрольная по ТРЯП
указания, решения и критерии

ФПМИ 2022

Разбалловка и общие положения

неуд	удовл	хорошо	отлично
$0 \leqslant \Sigma < 16$	$16 \leqslant \Sigma < 24$	$24 \leqslant \Sigma < 33$	$33 \leqslant \Sigma \leqslant 44$
1: $[2, 9)$, **2:** $[9, 16)$	**3:** $[16, 20)$, **4:** $[20, 24)$	**5:** $[24, 27)$, **6:** $[27, 30)$, **7:** $[30, 33)$	**8:** $[33, 36)$ **9:** $[36, 39)$, **10:** $[39, 44]$

Приведённые ниже критерии оценивания выработанны с учётом типовых ошибок и определяют общую политику проверки, однако заведомо не могут покрыть всевозможные случаи. При некритериальном случае, проверяющий оценивает решение исходя из здравого смысла и духа критериев.

Напоминаем положения, указанные в преамбуле к контрольной.

1. Ответы, включая правильные, при отсутствии решений оцениваются в 0 (ноль) баллов.
2. Объекты, полученные «методом внимательного вглядывания», без доказательства корректности построения оцениваются в 0 (ноль) баллов.
3. При формулировке вопроса «верно ли, что», в случае положительного ответа приведите доказательство, а в случае отрицательного – контрпример. Верное рассуждение без контрпримера оценивается в половину задачи.
4. Без обоснований можно использовать факты из программы курса, а также доказанные на лекции.
5. Время написания этой части работы 1:20. Далее будет перерыв. Выходить во время написания частей контрольной нельзя

Критерии проверки и некоторые ответы, указания и решения

Тестовые задачи

Выберите все верные варианты ответов и только их. Обоснование не требуется

1 (4). В каждом пункте укажите $\Rightarrow$, $\Leftarrow$, $\iff$ (в случае, если можно поставить и $\Rightarrow$, и $\Leftarrow$) или оставьте поле пустым (во всех прочих случаях). Алфавит $\{a, b\}$ во всех пунктах. Под грамматикой в этой задаче понимается грамматика Хомского произвольного типа.

1. Приведённая КС-грамматика G является однозначной $\boxed{\Leftarrow}$ Приведённая грамматика G является $LL(1)$-грамматикой.

2. Язык L распознаётся каким-то суффиксным автоматом $\boxed{\Rightarrow}$ Язык L порождается какой-то $LL(1)$-грамматикой.

3. Непустой язык L распознаётся каким-то МП-автоматом $\boxed{\Leftrightarrow}$ Непустой язык L порождается какой-то неоднозначной КС-грамматикой.

4. Грамматика G порождает КС-язык, не являющийся регулярным $\boxed{}$ Грамматика G является КС-грамматикой, но не является регулярной праволинейной грамматикой.

Критерии.

+1 Правильный ответ на вопрос

2 (2). Ниже приведена частично заполненная таблица LL(1)-анализатора для грамматики G, заданной правилами

$$
\begin{aligned}
&S \to T \mid U \\
&U \to fTU \mid \varepsilon \\
&T \to FE \\
&E \to cFE \mid \varepsilon \\
&F \to d \mid aSb
\end{aligned}
$$

При этом каждый псевдоним P_i обозначает одно и только одно правило, а пустая клетка может означать как ошибку анализатора, так и пропущенное правило

	a	b	c	d	f	\$
S	P_1	P_2		P_1		P_2
U		P_3				P_3
T						
E		P_4			P_4	P_4
F						

1. Сопоставьте псевдонимы правилам.

$P_1 = \boxed{S \to T}$ $P_2 = \boxed{S \to U}$ $P_3 = \boxed{U \to \varepsilon}$ $P_4 = \boxed{E \to \varepsilon}$

2. Заполните в таблице пропущенные клетки:

	a	b	c	d	f	$
S	P_1	P_2		P_1	$S \to U$	P_2
U		P_3			$U \to fTU$	P_3
T	$T \to FE$			$T \to FE$		
E		P_4	$E \to cFE$		P_4	P_4
F	$F \to aSb$			$F \to d$		

Критерии.

0 За всю задачу, если хотя бы в одной из клеток более одного правила

+1 Верное сопоставление правил

+1 Верное заполнение таблицы

3 (4). Рассмотрим PEG с правилами:

$$S \leftarrow (!A)B(\&C)D$$

$$A \leftarrow aAb/ab$$

$$B \leftarrow abB/baB/ba$$

$$C \leftarrow aC/aa$$

$$D \leftarrow aD/\varepsilon$$

Отметьте слова, порождаемые этим PEG и только их:

☐ *babaa* ☐ *ababbaaaa* ☑ *babaaa* ☐ *baabaa* ☐ *baabbaa* ☑ *babaaaa*

Критерии.

-1 Одна ошибка

-3 Две ошибки

0 Три и более ошибки

Контрольные вопросы и элементарные задачи

Обоснованно ответьте на вопрос

4 (2). Известно, что язык $L = \{w \in \{a, b\}^* : |w|_a = |w|_b\}$ является детерминированным КС языком. Пусть M — детерминированный МП-автомат, распознающий L. Определим функцию $f_M(w)$ как число посещений принимающих состояний при обработке слова w. Пусть $w = (ab)^k a^k b^k$; верно ли, что существует ДМП-автомат M, для которого $f_M(w) \leqslant k + 1$?

Ответ: Нет, т. к. при $k > 0$ у слова $k + 2$ префиксов из языка L, соответственно автомат побывает в принимающем состоянии хотя бы $k + 2$ раза.

Критерии.

+2 Верное решение с отсутствием анализа случая $k = 0$.

5(2). Верно ли, что любой КС-язык L можно распознать каким-то МП-автоматом, у которого стек никогда не опустошается полностью при прочтении слов из L?

Указание. Верно. Возьмём МП-автомат, распознающий по пустому стеку; добавим «второе дно» и новое начальное состояние, эпсилон-переход из нового начального в старое начальное, который кладёт старое дно на новое дно; из всех состояний, кроме нового начального — переход по новому дну в новое принимающее состояние без прочих переходов.
Такой автомат примет каждое слово из L: если автомат для L принимает слово, то и новый автомат примет слово по принимающему состоянию. Если же автомат не принимает, то и новый автомат не примет: он никогда не откроет второе дно и не перейдёт в принимающее состояние.

Критерии.

0 Неправильный ответ

$\leqslant 1$ Верная идея при отсутствия достаточной степени обоснования

6 (4). Пусть L_1 и L_2 – КС-языки. Верно ли, что язык L так же является КС-языком?

$$L = \{xyz : y \in L_1, xz \in L_2\}$$

Указание. Построим МП-автомат $\mathcal{M}_2$ для языка L_2 и его дубль $\mathcal{M}_1$, допускающие по принимающему состоянию; при этом в $\mathcal{M}_1$ нет принимающих состояний. Построим МП-автомат $\mathcal{A}$ для языка L_1, допускающий по пустому стеку, с дном стека Z_2. Соединим их следующим образом: из каждого состояния q автомата $\mathcal{M}_1$ есть переход по пустому слову, кладущий в стек Z_2Z_q, в начальное состояние $\mathcal{A}$; из каждого состояния $\mathcal{A}$ для каждого Z_q есть переход по пустому слову, снимающий со стека Z_q, в состояние q автомата $\mathcal{M}_2$.

Этот автомат примет каждое слово из языка L. Действительно: он дойдёт до состояния q по слову x; затем обработает слово y из L_1 и окажется с пустым стеком (снимет Z_2); перейдёт в то же состояние q, в котором закончил обработку слова x, и продолжит из него обработку слова z, и примет его.

Если слово не из языка, то либо у него нет подслова y, лежащего в L_1 (тогда при попадании в $\mathcal{A}$ автомат не опустошит стека); либо же у него всякая конкатенация префикса x и суффикса z, такая, что $y \in L_1$, не будет лежать в языке. Ход $\mathcal{M}_1$ и $\mathcal{M}_2$ буквально смоделирует ход автомата $\mathcal{M}_3$, распознающего L_2, и он не остановится в принимающем состоянии.

Критерии.

+2 Корректный автомат (если корректность не доказана, но проверяющий смог её установить)

+1 За доказательство включения языков в каждую сторону ($L(A) \subseteq L$, $L \subseteq L(A)$)

Задачи

Приведите обоснованное решение

7(4+4).Является ли КС-языком язык L? При положительном ответе построить КС-грамматику или МП-автомат для L.

1. $L = \left\{wxyz \mid w = z^R \wedge x = y^R,\ \text{где } w, z \in \{a,b\}^*, x, y \in \{c,d\}^*\right\}$

2. $L = \left\{wxyz \mid w = y^R \wedge x = z^R \text{ где } w, y \in \{a,b\}^*, x, z \in \{c,d\}^*\right\}$

Указание. 1. Язык является КС: грамматика строится аналогично языку палиндромов:

$$S \to aSa \mid bSb \mid A, \qquad A \to cSc \mid dSd \mid \varepsilon.$$

2. Язык не КС: для леммы о накачке подойдёт слово $a^n c^n a^n c^n$.

Критерии.

1.

+1 Верная грамматика или автомат

+1 За доказательство включения языков в каждую сторону ($L(G) \subseteq L$, $L \subseteq L(G)$)

2.

0 Неправильный ответ

0 Отсутствует последовательность слов

$\leqslant 1$ Неверно выбрана последовательность слов

+1 Верно выбрана последовательность слов

8 (6). Является ли G LL(1)-грамматикой? При отрицательном ответе постройте эквивалентную LL(1)-грамматику G', при положительном считайте, что $G' = G$. Вычислите функции FIRST и FOLLOW для грамматики G'. Постройте LL(1)-анализатор для G' и постройте с его помощью дерево вывода слова aaa. Грамматика G задана правилами:

$$\begin{aligned} &S \to AB \mid AC \mid b \mid \varepsilon \\ &A \to Aa \mid a \\ &B \to \varepsilon \\ &C \to CbA \mid CbB \end{aligned}$$

Критерии.

+0.5 Обоснование того, что грамматика не $LL(1)$

+1,5 FIRST, FOLLOW (FOLLOW стоит 0,5).

-0,5 Отсутствие протокола построения FIRST, FOLLOW (за каждый).

+0,5 Факторизация.

+0.5 Удаление рекурсии.

+0.5 Приведение КС-грамматики (удаление бесплодного C).

+1.5 Таблица анализатора.

+0.5 Протокол работы анализатора.

+0.5 Дерево вывода.

9 (5). Грамматика G задана правилами

$$S \to SS \mid (S) \mid (A), \qquad A \to aA \mid bA \mid \varepsilon.$$

1. Является ли G однозначной?

2. Считая, что слова из языка $L(G)$ кодируют лес, в листьях которого записаны слова над алфавитом $\{a, b\}$, дополните G до атрибутной грамматики, вычисляющей максимальную глубину самого длинного слова, записанного в листе. В случае если самых длинных слов несколько возвращается максимальная из глубин.

Критерии.

+1 Обоснование неоднозначности грамматики

+2 Построение атрибутной схемы (если корректность не доказана, но проверяющий смог её установить)

+2 Доказательство корректности

10 (1+2+4). Модифицируем МП-автомат, допускающий по принимающему состоянию, добавив ещё один стек. Функция переходов устроена следующим образом: $\delta(q, a, x_1, x_2) = (p, \alpha_1, \alpha_2)$, где q, p - состояния автомата, $a \in (\Sigma \cup \varepsilon)$, x_1, x_2 — символы на вершине первого и второго стека соотвественно, α_1, α_2 — слова, добавляемые в первый и второй стек при переходе.

1. Верно ли, что модифицированный МП-автомат принимает любой КС-язык?
2. Верно ли, что он принимает пересечение любых двух КС-языков?
3. Существует ли не КС-язык, распознаваемый модифицированным МП-автоматом?

Указание. 1. Да, можно во втором стеке дублировать первый стек; получаем автомат, эквивалентный МП-автомату, допускающему по принимающему состоянию.

2. Да, пересечение строится конструкцией произведения

3. Да, например $a^n b^n c^n$.